Drs. Hans van Maanen

**Het zal iedereen die zich met audio bezighoudt bekend zijn dat veel specificaties van audiosystemen in frequentie-termen worden gepresenteerd. Denk maar aan bijvoorbeeld het frequentiebereik van een cassetterecorder of een versterker. Daarnaast wordt een aantal aspecten in tijd-termen opgegeven, zoals bijvoorbeeld de stijgtijd van een versterker. Een ander aspect dat regelmatig aan de orde komt is de impulsresponsie van een systeem of de blokgolfweergave (vaak te zien bij tests van CD-spelers). Velen vragen zich af hoe ze een en ander moeten interpreteren en of er een -en zo ja, welke- relatie is tussen de gedragingen in frequentie en tijd. Nu, die is er wel degelijk en deze wordt door een wiskundige techniek, bekend onder de naam Fourier analyse, beschreven. Deze techniek ontleent zijn naam aan Jean Baptiste Fourier, een Fransman die rond 1800 leefde en door de bestudering van warmtegeleiding (!) op het idee kwam.**

# Fourier analyse toegepast op audio techniek

Om aan te sluiten bij de wiskundige praktijk zullen wij in dit artikel waar mogelijk dezelfde kreten gebruiken als de in de wiskunde gebruikelijke. Ik zal daarom eerst een aantal termen noemen en toelichten wat daarmee bedoeld wordt.

**Amplitude:**
**maximale absolute waarde van een zuiver sinusvormige trilling vanaf de as gemeten. Zie figuur 1.**
**Fase:**
**constant verschil in de tijd van de zuiver sinusvormige trilling ten opzichte van tijdstip nul. Zie figuur 2.**
**Frequentie:**
**aantal keren per seconde dat een trilling een volledige cyclus doorloopt. Zie figuren 1 en 3.**
**Frequentiedomein:**
**presentatie van gegevens in frequentietermen.**
**Periode(-tijd):**
**tijd die een trilling nodig heeft om een volledige cyclus te doorlopen. Omgekeerde van frequentie. Zie figuur 1.**
**Signaal:**
**geluid, microfoonspanning, uitgangsspanning van recorder etc.**
**Tijddomein:**
**presentatie van gegevens in tijdtermen.**

Alvorens nu aan de bespreking van de Fourier analyse te beginnen wil ik eerst nog een ander begrip met u bespreken, omdat dit nogal eens in onze beschouwingen naar voren komt: de 'omhullende' van een signaal.

Bij veel discontinue signalen kan naast het eigenlijke signaal een 'omhullende' worden onderscheiden. Mensen die synthesizers bespelen kennen het begrip 'envelope generator' en dat is de Engelse versie hiervan. Het lijkt mij het best om te verwijzen naar figuur 4, waar een en ander getekend is. Als benadering kan men voor de omhullende de vloeiende verbindingslijn van de toppen van het signaal nemen, dat is weliswaar niet helemaal correct, maar het komt er dicht bij. Om de gedachten te bepalen is het gewoonlijk goed genoeg. Nu weten we genoeg om aan de bespreking van de Fourier analyse te beginnen.

## Hoofdstelling van Fourier

Zonder hier het bewijs te leveren zullen we de hoofdstelling van de Fourier analyse hier poneren. Als iemand er meer van wil weten wordt hij/zij verwezen naar collegedictaten of studieboeken hierover, maar ik waarschuw vast dat een en ander niet echt simpel is en veel hoge wiskunde vereist. Deze hoofdstelling is:

Ieder realistisch signaal van een eindige tijdsduur kan op een één-éénduidige manier worden geschreven als een sommatie van oneindig veel, zuiver sinusvormige trillingen met de juiste amplitude, fase en frequentie.

Dat is even slikken en we zullen hier eerst het een en ander bij toelichten. Onder realistisch signaal verstaan wij in dit verband een geluidssignaal of een elektrisch (microfoon) signaal of iets dergelijks. Uiteraard hebben mathematen weer dingen bedacht waarvoor dit niet opgaat, maar dat zijn signalen die niet in de praktijk realiseerbaar zijn en daar zullen wij ons dan ook niet druk om maken.
De eindige tijdsduur is voor ons geen beperking, omdat ieder muziekstuk een begin en een einde heeft. Eindig wil alleen maar zeggen 'korter dan de eeuwigheid', en zelfs al duurde een muziekstuk een eeuw, dan was er nog niets aan de hand (voor de Fourier analyse althans, over de uitvoerenden heb ik het dan gemakshalve even niet).
Met één-éénduidig wordt bedoeld dat er slechts één enkele manier is om dit bepaalde signaal als een dergelijke som te schrijven: als één der oneindig vele amplitudi, fases of frequenties anders wordt gekozen resulteert dat in een ander signaal.
Oneindig veel is een hele hoop, maar je kunt bewijzen dat de bijdragen van de hogere frequenties naar nul toe gaan. Vanaf welke frequentie dat gaat gebeuren is afhankelijk van het signaal, maar het gebeurt. Als de amplitudi voldoende klein geworden zijn kan de bijdrage worden verwaarloosd en de Fourier reeks dus worden afgebroken. Dit maakt het gebruik van Fourier analyse een stuk eenvoudiger en in de praktijk hanteerbaar, maar het vergt wel inzicht onder welke voorwaarden dit mag zonder grote fouten te maken (zie boven!). Als we aan de digitale geluidsregistratie denken, kunnen we ophouden bij de halve bemonsteringsfrequentie, oftewel 22,05 kHz.
Het paradoxale van de Fourier analyse is dat ook de stiltes tussen twee gedeelten van een muziekstuk worden gevormd door al die oneindig vele trillingen op te tellen! Tegenwoordig kan dat met de computer eenvoudig worden gedemonstreerd, maar dat was in de tijd van Fourier zelf iets minder simpel. Het is dan ook niet verwonderlijk dat zijn tijdgenoten een grote scepsis aan de dag legden voor zijn bewering en het heeft tot ver na zijn dood geduurd alvorens het wiskundige fundament stevig onder zijn stelling was gelegd.
De grote vraag die nu overblijft is uiteraard hoe die zeer vele amplitudi, fases en frequenties te vin-

den. De truc hiervoor kan ik in dit artikel niet uit de doeken doen, daarvoor is het wat te ingewikkeld, maar u moet maar van mij aannemen dat het rechtstreeks kan; het hoeft niet door eindeloos proberen gevonden te worden. Het bepalen van deze waardes is de eigenlijke Fourier analyse. Het met deze waardes opbouwen van het signaal daarentegen wordt wel Fourier synthese genoemd. We zullen daar straks voorbeelden van zien.

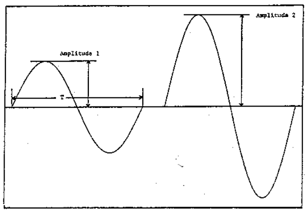
Veel mensen die binnen audio actief zijn kennen wel een vereenvoudigde versie van de hoofdstelling, namelijk in de vorm dat een periodieke trilling geschreven kan worden als een som van de grondtoon met zijn bovenharmonische (ook wel boventonen genoemd). Als voorbeeld wordt dan vaak de trilling van een piano- of vioolsnaar getoond en wordt op deze wijze verklaard waarom ieder instrument zijn eigen klank heeft, namelijk door de verschillen in sterkte en verhoudingen van de boventonen. Hoe het dan zit met percussie-instrumenten, die nauwelijks periodieke trillingen opwekken, blijft dan in het vage, terwijl hiermee juist heel interessante aspecten van geluidsweergave zijn te bestuderen (en feilen bloot te leggen!). Maar als u de eenvoudige versie snapt, kunt u ook de complexere versie snappen: beschouw het hele muziekstuk als één periode van een samengestelde toon met héél veel boventonen. De wiskunde zal het worst zijn of de grondtoon nu een frequentie van 440 Hz of van 0,00022 Hz heeft. Dat is alleen voor mensen van belang. Tenslotte is 440 Hz niets anders dan de 2 000 000e harmonische van 0,00022 Hz, nietwaar?

De waarde van een zuiver sinusvormige trilling kan op ieder willekeurig moment worden gevonden als zijn amplitude, fase en frequentie bekend zijn door domweg de wiskundige formule hiervoor in te vullen. Deze drie getallen (amplitude, fase en frequentie) leggen de trilling dus geheel vast en zijn dan ook de enige getallen die in het frequentiedomein bewaard hoeven te worden. Op deze wijze stelt de Fourier analyse ons in staat om een tijdsignaal in het frequentiedomein vast te leggen. Omgekeerd kan uit een dergelijke verzameling gegevens in frequentiedomein een tijdsignaal worden gereconstrueerd. U zult straks zien dat dit een zeer krachtig hulpmiddel is om audio systemen te analyseren. Er is echter een belangrijke beperking: de Fourier analyse beperkt zich tot lineaire systemen. Zaken als vervorming, intermodulatie en dergelijke volgen hier niet uit. Wel kan de Fourier analyse weer worden gebruikt voor de bestudering van signalen als deze eenmaal vervormd zijn om te bepalen welke bijdragen door de vervorming zijn toegevoegd: Fourier analyse van het ingangssignaal en het uitgangssignaal levert verschillen op die door vervorming ontstaan zijn, zoals harmonische en/of intermodulatieprodukten. Wij zullen hier nu niet verder op ingaan, een andere keer misschien.

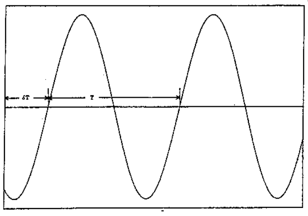
## Voorbeeld van Fourier synthese

We zullen nu aan de hand van een voorbeeld laten zien dat de Fourier analyse ook echt werkt. We nemen daartoe van het signaal zoals dat in figuur 5 links bovenin is getekend en dat bestaat uit twee enkelvoudige, zuiver sinusvormige perioden van 1000 Hz, gescheiden door een stilte van 0,5 ms. Van dit signaal zijn de waarden in het frequentiedomein bepaald (de zogenaamde Fourier-coëfficiënten) en we gaan nu met deze waarden het signaal weer reconstrueren door middel van de Fourier synthese. In figuur 5 staat de geleidelijke opbouw getekend en daarbij vallen een paar dingen op. Allereerst dat bij de stille stukken grote signaalwaarden te vinden zijn zolang we nog niet te ver gevorderd zijn met de synthese. Wat ook altijd verbazingwekkend is, is dat als we de synthese tot 1000 Hz uitgevoerd hebben, de twee periodes van 1000 Hz van het signaal nog helemaal niet uit de verf komen. Wat we dan hebben lijkt meer op een 700 Hz signaal dan een 1000 Hz signaal! Pas als de synthese tot enige duizenden Hz is voltooid komt het platte middenstuk te voorschijn en blijkt de frequentie van het signaal 1000 Hz te zijn.

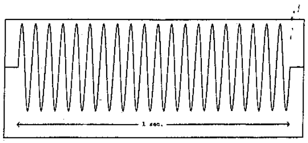
Als we nu dezelfde berekening doen met Fourier-coëfficiënten met dezelfde amplitude maar met een andere fase dan blijkt dat het resultaat inderdaad afwijkt van dat van figuur 5. Het resultaat van zo'n berekening staat in figuur 6. Hieruit blijkt dat zowel een juiste amplitude als een juiste fase essentieel zijn voor de correcte reconstructie van het signaal in



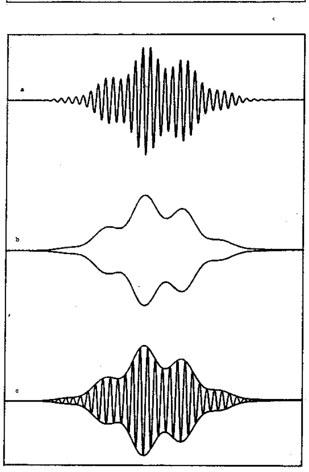

**Figuur 1:**
De amplitude van een trilling is de maximale (positieve) uitwijking die de trilling bereikt vanaf de as gemeten. Merk op dat de negatieve uitwijking even groot is als de positieve, maar de amplitude wordt altijd positief genomen. Er zijn twee trillingen met een verschillende amplitude getekend. Tevens is bij de eerste de trillingstijd aangegeven, de tijd T die nodig is om een gehele trilling uit te voeren. Het aantal trillingen per seconde, gewoonlijk de frequentie genoemd, is 1/T.



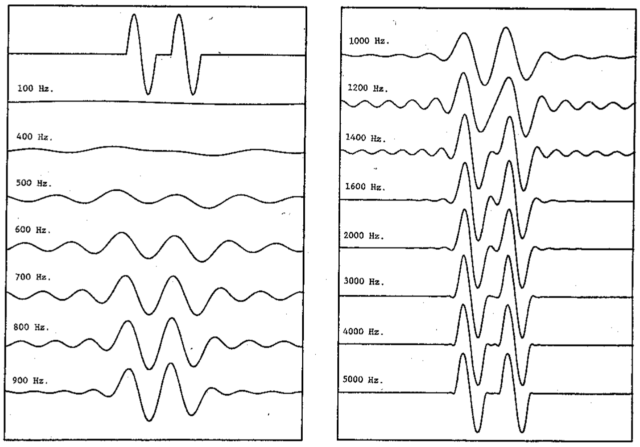

**Figuur 2:**
Als een trilling op een bepaald tijdstip (bijv. t = 0) niet zijn "startfase" is kan een bepaalde faseafwijking worden toegekend. Een volledige trillingsperiode T neemt 360° (graden) in beslag. De faseafwijking is dan de fractie van de trillingstijd $\delta T$ die de trilling nog van zijn "startfase" af is maal 360°. In deze figuur is dat dus 120°, omdat de trilling 1/3 trillingstijd van zijn startfase verwijders is. ($360°. \delta T/T = 120°$).



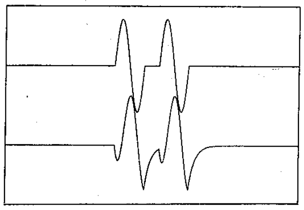

**Figuur 3:**
Een zuivere enkelvoudige toon is een sinusvormige trilling met een bepaalde trillingstijd T: de tijd die nodig is om een volledige cyclus te doorlopen en weer terug te keren tot de begintoestand (zie ook fig. 1). Dit wordt ook wel een periode genoemd. De frequentie is de reciproke waarde (1/T) van de trillingstijd en zegt dus hoeveel maal per seconde een volledige trilling wordt uitgevoerd. In dit geval is dat 20 en dit wordt uitgedrukt in Hertz (Hz).



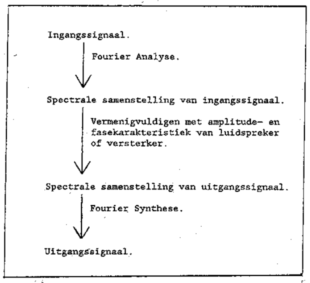

**Figuur 4:**
De omhullende van een discontinu signaal is een begrip dat in dit artikel meermalen gebruikt wordt. In spoor a staat een signaal getekend,in spoor b wat hier onder de omhullende wordt verstaan en in spoor c zijn beide getekend om de relatie tussen beide duidelijk te maken. Om de gedachten te bepalen kan voor de omhullende de vloeiende verbindingslijn tussen de toppen van het signaal worden genomen. Dit is niet geheel correct, maar geeft snel een goede indruk van de omhullende.



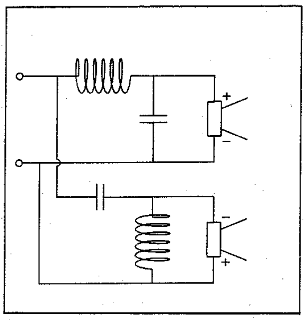

**Figuur 5:**
Fourirer synthese van het signaal dat links bovenaan getekend staat. De getallen bij de verschillende sporen geven aan tot welke frequentie de synthese gevorderd is. Merk op dat als de synthese tot 1000 Hz gevorderd is het resulterende signaal nog in het geheel niet lijkt op het oorspronkelijke signaal, dit ondanks het feit dat de beide samenstellende periode een frequentie van 1000 Hz hebben.



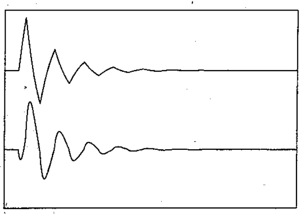
**Figuur 6:**
**De invloed van fase op de Fourier synthese wordt geïllustreerd door dezelfde synthese uit te voeren als in figuur 5, maar nu met een afwijkende fase. Hoewel dus de aplitude van de Fourier componenten exact gelijk is aan die gebruikt in figuur 5 is het resultaat duidelijk verschillend. Omdat dit signaal een andere omhullende heeft gekkregen nemen wij een ander geluid waar, ondanks dat de spectrale samenstelling ongewijzigd gebleven is.**



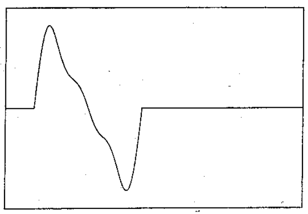

**Figuur 7:**
**Schematische voorstelling van de procedure voor de berekening van de responsie van een versterker of een luidspreker op een willekeurig ingangssignaal als de karakteristieken (amplitude en fase!) bekend zijn.**



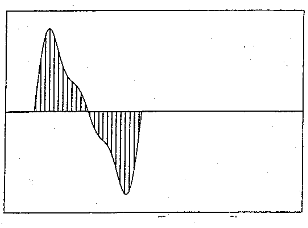
**Figuur 8:**
**Tweeweg systeem zoals dat gebruikt wordt voor de berekening van de responsie van figuur 9. Dit is een standaard 12 dB/oct. tweeweg filter, zoals dat zeer vaak gebruikt is en wordt. Dit filter is NIET faserein. Een scheidingsfrequentie van 1 kHz. is gebruikt voor de berekening van figuur 135**



**Figuur 9:**
**Responsie van het luidsprekersysteem van figuur 8 op het signaal zoals dat is getekend in het bovenste spoor. Het onderste spoor is de responsie van het systeem. Merk op dat het ingangssignaal eerst positief wordt, maar het uitgangssignaal eerst negatief gaat en dat de scherpe punten knikken in de flanken worden.**



**A**



**B**

**Figuur 10:**
**Een willekeurig signaal zoals hier getekend in spoor a kan worden benaderd met leen aantal impulsjes, zoals getekend in spoor b. In feite gebeurt bij de digitale registratie van geluid niet anders.**

tijddomein. Dit is de basis voor de discussie over 'fasereinheid' van audiosystemen: niet-fasereine audio systemen zullen het geluid niet correct in de tijd kunnen weergeven. de vraag is echter of dat gevolgen heeft voor de gehoormatige kwaliteit van dergelijke systemen.

## Gevoeligheid van ons gehoor voor fase

Het is al jarenlang een punt van heftige discussie binnen de audiowereld of ons gehoor gevoelig is voor fase of niet. er zijn experimenten gedaan waarbij twee tonen worden gebruikt en waarvan de onderlinge fase geleidelijk wordt veranderd. Ons gehoor blijkt niet in staat om deze faseveranderingen waar te nemen. Hieruit wordt dan de conclusie getrokken dat ons gehoor niet gevoelig is voor fase, zodat fasereinheid niet nodig zou zijn voor een natuurgetrouwe weergave. Ik ben het met deze conclusie niet eens omdat het bovenbeschreven experiment alleen aantoont dat ons gehoor ongevoelig is voor fase bij continue signalen. Maar het experiment toont daarmee nog niet aan dat ons gehoor eveneens ongevoelig is voor de indirecte gevolgen van fasefouten die optreden bij discontinue signalen zoals deze in muziek voorkomen. Zoals velen van ons al weten is ons gehoor verre van lineair. Niet alleen heeft de gevoeligheid een logaritmisch gedrag, ook vervormt ons gehoor ca. 25% (nee, dit is geen drukfout!). Hierdoor worden in ons gehoor naast de directe geluidstrillingen ook allerlei vervormingsprodukten opgewekt, waarvan de omhullende van het geluid een hele belangrijke is. Vergelijken we figuur 6 met figuur 5 dan blijkt dat de omhullende van een signaal anders wordt zodra de fase afwijkt. Wij nemen dus een signaal met een andere omhullende en dus een ander geluid waar als gevolg van fasefouten zonder dat wij daartoe de fase zelf hoeven waar te nemen! Door het niet-lineaire gedrag van ons gehoor zijn wij dus in staat om meer informatie uit het geluid te halen dan als ons gehoor zich lineair zou gedragen. De consequentie is dan ook dat wij een audiosysteem zo zullen moeten ontwerpen dat het signaal in tijddomein niet wordt aangetast. Gelukkig begint dit besef langzaam aan door te dringen, zoals bijvoorbeeld bleek uit het interview van ir. Menno van der Veen met Neil Pattel (HomeStudio juni '90). Ik ben de mening toegedaan dat het creëren van een natuurgetrouw klinkend audio systeem niet mogelijk is zonder het tijdgedrag te optimaliseren, wat dus naast amplitude- ook fasereinheid inhoudt.

## Toepassing van Fourier analyse op audio systemen

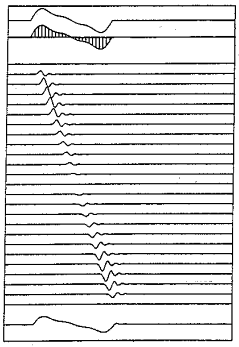
Hoe kunnen we de Fourier-technieken nu toepassen op audio systemen? Wel, dat kan als volgt: we kiezen een bepaald ingangssignaal, het maakt niet uit welk, bijvoorbeeld dat van figuur 5; hiervan bepalen we de Fourier-coëfficiënten. Nu kunnen we van een willekeurig audiosysteem voor iedere frequentie de versterkingen de fasedraaiing meten. We weten dan hoe elk van de samenstellende tonen door het audiosysteem verwerkt wordt. Vervolgens kunnen we de Fourier-coëfficiënten van het uitgangssignaal bepalen door de Fourier-coëfficiënten van het ingangssignaal en de bekende eigenschappen van het audio systeem met elkaar te vermenigvuldigen. Door nu de aldus verkregen Fourier-coëfficiënten van het uitgangssignaal te gebruiken voor een Fourier synthese krijgen we het uitgangssignaal in de tijd te zien. Deze procedure is weergegeven in figuur 7. Wel is het een hele hoop werk, maar dankzij de computers van tegenwoordig kan dat worden uitbesteed en kunnen dit soort berekeningen worden gerealiseerd. We zullen hier nu een voorbeeld van geven.

## Voorbeeld van berekening van de responsie van een luidsprekersysteem

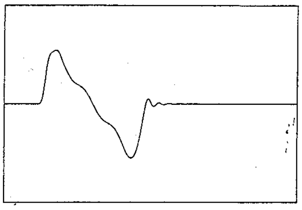
Om de bovenbeschreven toepassing van de Fourier analyse te illustreren zullen wij de responsie van een tweeweg luidsprekersysteem met een passief scheidingsfilter berekenen. Het luidsprekersysteem staat afgebeeld in figuur 8 en is een standaard tweeweg systeem met 12 dB/oct. filtering. We zullen de componenten van het scheidingsfilter en de luidsprekers ideaal veronderstellen om alleen de invloed van het niet-faserein zijn van het filter te tonen. Als scheidingsfrequentie zullen we 1 kHz nemen en als ingangssignaal een enigszins merkwaardig signaal met als grondtoon eveneens 1 kHz. De berekening levert als resultaat figuur 9, waaraan wel het een en ander te zien is. Zo is het begin van het ingangssignaal positief gaand, van het uitgangssignaal negatief gaand. De scherpe kartels zijn verdwenen en ingeruild voor knikken op de flanken van de trilling. Beide effecten zijn te verklaren uit het niet-faserein zijn van het luidsprekersysteem. De amplitudereinheid is met afwijkingen van maximaal ± 0,5 dB in orde. Ik wil op de verdere eigenschappen van het systeem nu niet ingaan, maar ik hoop met dit voorbeeld de kracht van de techniek te hebben gedemonstreerd.

## Impulsresponsie

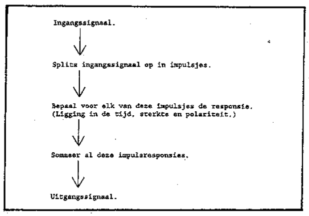
De demonstratie in de vorige paragraaf is nog niet het enige dat met de Fourier technieken kan. Er kunnen nog wat grappen mee worden uitgehaald, maar om dat te begrijpen moeten we nog een paar dingen doornemen. We hebben in de vorige paragrafen laten zien hoe de responsie van een audiosysteem op een willekeurig ingangssignaal te berekenen is. Maar daartoe moesten we wel voor alle frequenties de gedragingen van het systeem zowel wat betreft amplitude als fase meten. Een waarlijk monnikenwerk. Maar waarom zouden we het systeem met slechts één frequentie tegelijk doormeten? We hebben hierboven toch gezien dat we signalen kunnen samenstellen die heel veel verschillende frequenties tegelijk bevatten. Als we nu een signaal maken waarin alle frequenties vertegenwoordigd zijn met dezelfde amplitude en met dezelfde fase en dit aan het audiosysteem toevoeren dan hebben we de meting voor alle frequenties in één klap gedaan! Deze truc blijkt te kunnen en staat bekend onder de naam impulsresponsie-meting.
We kunnen nu de Fourier synthese maken waarbij we voor alle frequenties dezelfde Fourier-coëfficiënten (amplitudi en fases) nemen. Met dit als uitgangspunt levert de Fourier synthese een naaldvormig signaal van zeer grote amplitude en een zeer korte tijdsduur: de impuls. Tevens blijkt dat naarmate de fourier synthese hoger in frequentie wordt voortgezet de impuls steeds hoger (in amplitude) en korter (in tijd) wordt. In de praktijk moeten we de synthese dus afbreken bij een frequentie waarboven we niet meer geïnteresseerd zijn in de gedragingen van het systeem. Ook moeten we er voor zorgen dat de ingangspuls niet zo groot wordt dat de elektronica overstuurd wordt.
Als we nu een dergelijke impuls een audio systeem insturen kunnen we uit de responsie op deze impuls de eigenschappen van het audio systeem bepalen, namelijk door Fourier analyse van het responsiesignaal. Want een dergelijke analyse geeft ons de samenstelling in amplitude en fase van het responsiesignaal en omdat alle frequenties met gelijke sterkte en fase zijn aangeboden is dat dus meteen de systeemresponsie in het frequentiedomein. We hebben dus in feite eerst alle frequenties met Fourier synthese in de impuls samengeperst en met Fourier analyse rafelen we de bijdragen bij de verschillende frequenties weer uit elkaar. Zo wordt het meetprobleem omgevormd naar een rekenprobleem, maar dat is met de tegenwoordige computers niet iets om wakker van te liggen.
Een heel belangrijke conclusie van het bovenstaande is dat de impulsresponsie het complete gedrag in amplitude en fase van het audiosysteem beschrijft. In feite vertegenwoordigt het veel meer informatie dan de amplitudekarakteristiek!
Nu kunt u zich afvragen of het nu niet erg omslachtig is om met een tijdsignaal (de impuls) de eigenschappen van het systeem als functie van de frequentie te bepalen, daarna deze eigenschappen op een naar het frequentiedomein vertaald tijdsignaal los te laten om er tenslotte met Fourier synthese weer een tijdsignaal van te maken. Kan dat niet direct? Het antwoord hierop is ja, maar laat ik desondanks allereerst opmerken dat het in veel gevallen toch een efficiënte methode is omdat er voor computers een snelle berekeningsmethode gevonden is die deze transformaties snel kan uitvoeren. Het valt echter buiten de dracht van dit artikel om hier op in te gaan.
Laten we een tijdsignaal, zoals in figuur 10a getekend, opgebouwd denken uit allemaal kleine, elkaar snel opvolgende impulsjes (zie figuur 10b). Het systeem (versterker, luidspreker etc.) zal op elk van deze impulsjes reageren zoals zijn impulsresponsie voorschrijft. Het is daarbij logisch dat als het impulsje kleiner is de impulsresponsie ook kleiner is en dat als het impulsje negatief is dan ook de impulsresponsie negatief is. Maar net zo goed als het ingangssignaal opgebouwd gedacht is uit deze impulsjes kunnen we het uitgangssignaal opgebouwd denken uit de samengenomen individuele impulsresponsies! Dit is in figuur 11 geïllustreerd: bovenaan zien we het ingangssignaal van figuur 10 terug en daaronder staan de individuele impulsresponsies getekend. Let op het corresponderen in de tijd. Onderaan staat dan de sommatie van al deze impulsresponsies. In figuur 12 staat het op deze wijze berekende uitgangssignaal nog eens groter getekend. Dit proces heet convolutieberekening en het is vooral efficiënt bij lange tijdsignalen en/of in die gevallen waar de impulsresponsie na korte tijd nul (althans verwaarloosbaar klein) wordt. In figuur 13 staat nog een in woorden wat de procedure inhoudt. Vergelijk dit maar eens met figuur 11. Beide technieken (Fourier en convolutie) worden toegepast, afhankelijk van de omstandigheden. De keuze wordt meer bepaald door rekentechnische overwegingen dan door wiskundige; wiskundig gesproken zijn zij volledig equivalent.
Met dit artikel heb ik geprobeerd om u enig inzicht te geven in de achtergronden van Fourier analyse en het waarom van bepaalde metingen. Ook hoop ik dat het een hulp voor u zal zijn bij het interpreteren van testgegevens. Ik ben mij ervan bewust dat ik de wiskunde in dit artikel geen recht heb gedaan, maar ieder die er meer van wil weten wordt naar de uitgebreide literatuur hierover verwezen. Ik adviseer daarbij overigens eerder collegedictaten dan studieboeken, omdat de eerste wat makkelijker toegang verschaffen tot deze nogal pittige stof. Ik begrijp ook dat ik niet volledig ben geweest, dat kan ook moeilijk in een betrekkelijk kort bestek over een onderwerp waar bibliotheken mee te vullen zijn. Mochten er vragen gebleven zijn dan hoop ik dat u, de lezer, reageert, zodat ik daar waar nodig aanvulling kan leveren. Maar ik hoop dat dit artikel u toch enig inzicht gegeven heeft in de moeilijke, maar tevens boeiende materie van de Fourier analyse, die niet meer weg te denken is uit de audio techniek, een techniek die ons allemaal na aan het hart ligt.



**Figuur 11:**
**Ieder van de impulsen van fig. 10b wekt in het systeem (versterker, luidspreker e.d.) een responsie op die correspondeert met zijn amplitude (ook negatief!), zijn plaats in de tijd en uiteraard de impulsresponsie van de versterker of luidspreker. Het uitgangssignaal wordt dan gevormd door het sommeren van al deze impulsresponsies. Van boven naar beneden staan de sporen a en b van fig. 10 getekend, gevolgd door de responsies op elk van deze impulsjes. Onderaan staat dan de optelsom van al deze impulsresponsies, die samen het uitgangssignaal vormen.**



**Figuur 12:**
**Het uitgangssignaal van figuur 11 nogmaals, maar dan wat groter, getekend.**




**Figuur 13:**
**Schematische voorstelling van de procedure voor de berekening van de responsie van een versterker of een luidspreker op een willekeurig ingangssignaal als de impulsresponsie bekend is.**